

Διόπτρα, ο πρόδρομος του Θεοδόλιχου

Η σημαντικότερη συμβολή του Ήρωνος στην Γεωμετρία φαίνεται στο έργο του *Περί διόπτρας*, στον πρόλογο του οποίου αναφέρεται ότι είναι το πρώτο εγχειρίδιο “διοπτρικής”, επιστήμης που ασχολείται με τις μεθόδους της πρακτικής γεωμετρίας σε συνδυασμό με τη χρήση της διόπτρας, σημαντικού οργάνου εκείνης της εποχής, ανάλογου με τον σημερινό θεοδόλιχο. Στο σύγγραμμα αυτό, που αποτελεί πολύ χρήσιμο εγκόλπιο για τον τοπογράφο μέχρι τον 16ο αιώνα, ο Ήρωνας:

1. Περιγράφει τη διόπτρα και τα παρελκόμενά της ώστε να χρησιμοποιηθεί ως όργανο χάραξης και μέτρησης γωνιών αλλά και ως χωροβάτης, δίνοντας και αναλυτικές οδηγίες για την κατασκευή τους.
2. Διατυπώνει και δίνει τη λύση σε μια σειρά από τοπογραφικά προβλήματα, που περιλαμβάνουν μεθόδους μέτρησης αποστάσεων, επιφανειών, υψομέτρων, βαθών, μεθόδους χάραξης σήραγγας, διαίρεσης επιφανειών κλπ.
3. Αναλύει μια τεχνική μέτρησης-υπολογισμού της απόστασης μεταξύ δύο τόπων, χρησιμοποιώντας τη διαφορά ώρας μιας έκλειψης και αναφέρεται στην απόσταση Αλεξάνδρειας-Ρώμης.
4. Περιγράφει το οδόμετρο για τη μέτρηση αποστάσεων στην ξηρά αλλά και στη θάλασσα.

Θα πω με λίγα λόγια γιατί ή μελέτη αυτή είναι πολύ χρήσιμη στην ζωή: διότι μπορεί να βρει εφαρμογή και στη μεταφορά υδάτων, και στη κατασκευή τειχών και λιμανιών και κάθε οικοδομήματος. Ακόμη έχει εφαρμογές και στην εξέταση των ουρανίων σωμάτων, γιατί μετρά τα διαστήματα μεταξύ των αστεριών καθώς και τις αποστάσεις και τα μεγέθη και τις εκλείψεις του ήλιου και της σελήνης. Επιπλέον είναι χρήσιμη σε όσους ασχολούνται με την γεωγραφία επειδή μπορούν να μετρήσουν και νησιά και πελάγη και οποιαδήποτε περιοχή από μακριά. Γιατί πολλές φορές παρεμβάλλεται ένα εμπόδιο που μας εμποδίζει να κάνουμε τη δουλειά μας, όπως μια εχθρική περιοχή, ή επειδή ένας τόπος είναι απρόσιτος και άβατος λόγω φυσικής ανωμαλίας ή ύπαρξης ορμητικού ρεύματος. Πολλοί μάλιστα, κατά την πολιορκία κατασκεύασαν σκάλες ή πολιορκητικές μηχανές κοντύτερες από το αναγκαίο ύψος, και αφού τις μετέφεραν στα εχθρικά τείχη, έγιναν θύματα των αντιπάλων, επειδή έπεσαν έξω στον υπολογισμό του ύψους των τειχών, επειδή ήσαν άπειροι στην επιστήμη της διοπτρικής. Διότι πρέπει να μετρώνται πάντοτε τα διαστήματα που προαναφέραμε από τέτοια απόσταση, ώστε να μη φθάνει το εχθρικό βέλος.

Η πρώτη έκδοση του έργου μεταφρασμένου στα Ιταλικά έγινε από τον Venturi (*Commentari Sopra la storia e le teorie dell' ottica*, Bologna 1814). Το ελληνικό κείμενο δημοσιεύθηκε για πρώτη φορά από τον A. J. Vincent (*Notices et extraits*, Paris 1858) συνοδευόμενο από γαλλική μετάφραση, με λεπτομερή σχόλια και ερμηνευτικά σχήματα. Σημαντική είναι και η έκδοση του εκδοτικού οίκου Teubner, που επιμελήθηκε ο H. Schone (1903) και περιέχεται στον 3ο τόμο των απάντων του Ήρωνα.

Με τον όρο διόπτρα (δι(α)-οπτεύω) είναι γνωστό το σκοπευτικό σύστημα που χρησιμοποιούσαν οι Έλληνες αστρονόμοι και γεωδαίτες. Στην αρχική του μορφή δεν

ήταν ούτε καν ένας κλειστός αυλός, παρά ένα κομμάτι ξύλο με σύστημα σκόπευσης στην κάθε του άκρη. Μπορούμε να υποθέσουμε τις διάφορες μορφές του οργάνου αυτού από τις περιγραφές αρχαίων συγγραφέων.

Ο Ευκλείδης κάνει αναφορά στη χρήση διόπτρας στο στοιχειώδες αστρονομικό του έργο, τα Φαινόμενα:

σκοπεύουμε με τη διόπτρα τον αστερισμό του Καρκίνου, καθώς ανατέλλει. Αν αντιστρέψουμε το όργανο και κοιτάζουμε από την άλλη πλευρά θα δούμε τον αστερισμό του Αιγόκερου.

Σ' αυτή την απλοϊκή της μορφή πιθανώς να κατασκευάστηκε από τον Θαλή τον Μιλήσιο, και να χρησιμοποιήθηκε και από τον Ευπαλίνο τον Μεγαρέα στη Σάμο για τη χάραξη της σήραγγας χρησιμοποιώντας όμοια τρίγωνα.

Ο όρος διόπτρα χρησιμοποιείται και για ένα άλλο όργανο, ένα είδος εγκάρσιου πήχη, που το χρησιμοποιούσαν για να μετρούν μεγέθη όπως τη διάμετρο του ήλιου ή της σελήνης. Αυτό το όργανο περιγράφεται στη Μεγίστη του Πτολεμαίου, κατασκευάστηκε από τον Αρχιμήδη αλλά η τελική του μορφή εφεύρεται στον Ίππαρχο.

Από αποσπάσματα του Γέμινου από το έργο του *Εισαγωγή στα φαινόμενα* προκύπτει μια εκδοχή της διόπτρας πολυπλοκότερης μορφής:

Όλα τα αστέρια, παρατηρούμενα με την διόπτρα φαίνονται να κινούνται κυκλικά κατά τη διάρκεια της ολόκληρης περιστροφής της διόπτρας.

Ο Γέμινος παρατηρώντας ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί η διόπτρα για την διαίρεση του ζωδιακού κύκλου σε 12 ίσα μέρη, αναφέρεται σε όργανο εφοδιασμένο με κάποια βαθμολογημένη κλίμακα για τη μέτρηση γωνιών. Είναι μάλλον η διόπτρα που περιγράφει ο Ήρωνας ο Αλεξανδρινός, στην πιο εξελιγμένη της μορφή, ανάλογη με αυτήν των σύγχρονων θεοδολίχων. Ωστόσο, το όργανο που χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος, και πιθανώς να χρησιμοποιείται από τα χρόνια του Ίππαρχου, για τη μέτρηση των θέσεων των αστερών δεν είναι η διόπτρα, αλλά η κρικωτή σφαίρα (ή σφαιρικός αστρολάβος).

Στη διόπτρα αναφέρεται και ο Βίτων ο Τακτικός, αρχές του 2ου αιώνα π.χ., στο έργο του *Περί κατασκευών πολεμικών οργάνων και καταπελτών*:

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι το μέγεθος των πολιορκητικών πύργων πρέπει να είναι ειδικά σχεδιασμένο για την κατάληψη των τειχών, και αυτοί οι πύργοι πρέπει να είναι ψηλότεροι από τα τείχη. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με συστηματική παρατήρηση, όπως περιγράφω στα Οπτικά, στο κεφάλαιο διοπτρικά, που κυρίως ασχολούμαι.

Στη γνώση της οπτικής ώστε να κατασκευάζονται στις σωστές διαστάσεις οι πολιορκητικές μηχανές αναφέρεται και ο Αθήναιος ο Τακτικός, μηχανικός του 1ου π.Χ. αιώνα στο έργο του *Περί μηχανημάτων*.

Αναφορές στη διόπτρα κάνει ο Στράβων, σχολιάζοντας τους χάρτες και τα γεωγραφικά πλάτη του Ερατοσθένη:

... οι διαφορές είναι μικρότερες (τα σφάλματα στο γεωγραφικό πλάτος) αν δουλέψουμε με γνώμονες και διόπτρες.

Ο Θέων ο Συμυρναίος (2ος αι. μ.Χ.), ο Θέων ο Αλεξανδρεύς (4ος αι.) και ο Σιμπλίκιος (6ος αι.) αναφέρουν ότι ο Ερατοσθένης μετρώντας με τη διόπτρα από μακριά

υπολόγισε το υψηλότερο βουνό στα 10 στάδια. Ο Πρόκλος (4ος αι. μ.Χ.), μνημονεύοντας έργο του Γέμινου, σχετικά με τα μέρη των μαθηματικών, αναφέρει:

Τα μέρη της αστρονομίας είναι η γνωμονική, η μετεωρολογία και η διοπτρική, που προσδιορίζουν τη θέση του ήλιου και άλλων αστερών με τη βοήθεια οργάνων.

Η Άννα η Κομνηνή (12ος αι.) στο έργο της Αλεξιάς, περιγράφει την πολιορκία του Δυρραχίου, το 1107 από τον πρίγκιπα της Αντιόχειας:

Πραγματικά, φαίνεται ότι οι βάρβαροι που πολιορκούσαν το Δυρράχιο γνώριζαν καλά την επιστήμη της οπτικής, χωρίς την οποία δεν θα είχαν μετρήσει τα ύψη των τειχών. Τουλάχιστον ήξεραν, αν όχι οπτική, να μετρούν τα ύψη με τη δίοπτρα.

Και άλλοι συγγραφείς, Ρωμαίοι Βυζάντιος, όπως ο Biton, Balbus, Julius Africanus Βυζαντινοί, όπως ο Ήρων ο, Άραβες και Πέρσες, όπως ο Al-Karaji, αναφέρονται στη δίοπτρα, στο έργο τους όμως θα αναφερθούμε πιο αναλυτικά στα επόμενα δύο κεφάλαια.

Δυστυχώς, η βασική μορφή της δίοπτρας, ως όργανο μέτρησης γωνιών περιγράφεται στο χαμένο τμήμα του συγγράμματος του Ήρωνα. Η ανακατασκευή της από διάφορους μελετητές βασίσθηκε στις περιγραφές των εφαρμογών που δίνει ο Ήρωνας στις επόμενες παραγράφους του συγγράμματός του. Σύμφωνα με τις αναφορές αυτές ανάμεσα στα δύο παράλληλα στηρίγματα προσαρμόζεται ημικυκλικός οδοντωτός δίσκος που περιστρέφεται με τη βοήθεια του ατέρμωνα κοχλία γύρω από οριζόντιο άξονα. Πάνω στον δίσκο αυτόν στηρίζεται άλλος μεγαλύτερος δίσκος, όπου υπήρχαν χαραγμένες δύο κάθετες μεταξύ τους διαμέτροι, καθώς και κύκλος μικρότερης ακτίνας υποδιαιρεμένος σε 360 μοίρες, μόνο όμως για αστρονομικές εφαρμογές. Στο μέσο του κύκλου υπήρχε κανόνας περιστρεφόμενος γύρω από κατακόρυφο άξονα στο κέντρο του δίσκου, εφοδιασμένος και προς τις δύο πλευρές με σύστημα σκόπευσης. Η μορφή του συστήματος σκόπευσης δεν προκύπτει από τις εφαρμογές.

Το σύστημα στήριξης της δίοπτρας, ο *παγεύς* (από το ρήμα πήγνυμι), όπως αναφέρεται στο κείμενο, δεν περιγράφεται με σαφήνεια. Αιχμηρός πάσσαλος μπηγμένος στο έδαφος (όπως τουλάχιστον φαίνεται στα εικονίδια του κώδικα ..) ή κάποιο άλλο σύστημα, π.χ. τρίποδας;

Με τη βοήθεια της δίοπτρας ήταν δυνατή η χάραξη ευθυγραμμίων, ορθών γωνιών, κατασκευή όμοιων τριγώνων και για αστρονομικές μόνο εφαρμογές η μέτρηση γωνιών, όπως θα δούμε παρακάτω στο σχολιασμό των προβλημάτων του συγγράμματος. Εντυπωσιακό είναι το σύστημα των δύο κοχλίων που δίνουν τη δυνατότητα μικροβατικών κινήσεων των δίσκων και που πιθανότατα είναι καινοτομία του Ήρωνα.

Στη συνέχεια, στο κείμενο του Ήρωνα, περιγράφεται μια εναλλακτική μορφή της δίοπτρας, ο χωροβάτης για τη μέτρηση των υψομετρικών διαφορών. Στη θέση του σκοπευτικού κανόνα, χρησιμοποιείται κανόνας εφοδιασμένος με οριζόντιο χάλκινο σωλήνα, που έχει καμφθεί κατά τα δύο άκρα του. Τα άκρα καταλήγουν σε μικρούς κατακόρυφους γυάλινους σωλήνες, που επιτρέπουν την απευθείας παρατήρηση της στάθμης του υγρού. Ο κανόνας αριζοντιώνεται με την αρχή των συγκοινωνούντων

δοχείων. Για τη διευκόλυνση της σκόπευσης δια μέσου της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού, οι γυάλινοι σωλήνες ήταν εφοδιασμένοι με κατακόρυφα πλακίδια που έφεραν λεπτή οριζόντια σχισμή.

Η μορφή αυτή της διόπτρας χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με κανόνα, που σύμφωνα με την περιγραφή του Ήρωνα, μοιάζει με τη σημερινή χωροσταθμική σταδία των οπτικών χωροβατών. Είναι κατασκευασμένη από ξύλο, φέρει υποδιαιρέσεις, σύστημα σκόπευσης και σύστημα κατακορύφωσης.

Μετά την περιγραφή των οργάνων, της διόπτρας και των παρελκόμενων της, ο Ήρων δίνει στη συνέχεια μια σειρά από πρακτικά προβλήματα που επιλύονται με τη βοήθεια της διόπτρας και που αποτελούν χρήσιμες εφαρμογές για εκπαιδευτικούς, στρατιωτικούς και κτηματολογικούς σκοπούς καθώς και για χαράξεις τεχνικών και εγγειοβελτιωτικών έργων.

Από τη λύση των προβλημάτων αυτών φαίνεται πως η διόπτρα για τις επίγειες εφαρμογές δεν είναι βαθμολογημένη. Η λειτουργία της στηρίζεται στη χάραξη ορθών γωνιών με τη βοήθεια του σταυρού στον δίσκο, στη χάραξη ευθυγραμμιών σκοπεύοντας από τις δύο πλευρές του συστήματος σκόπευσης, και στην κατασκευή ομοίων τριγώνων. Τα όμοια τρίγωνα χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό αποστάσεων και υψομετρικών διαφορών. Για παράδειγμα, για να υπολογισθούν οι πλευρές ενός τριγώνου, δημιουργείται ένα όμοιό του με τη βοήθεια της διόπτρας, με κοινή κορυφή στην πιο απλή περίπτωση, και με ορισμένο μήκος πλευρών. Γνωρίζοντας το λόγο δύο αντίστοιχων πλευρών, υπολογίζονται οι πλευρές του πρώτου τριγώνου. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται και για τον υπολογισμό υψομετρικών διαφορών σκοπεύοντας με τη διόπτρα από μακριά, όπου η κάθετος πλευρά είναι μία κατακόρυφη ράβδος, στην οποία σημειώνεται το σημείο τομής της με τη σκόπευση προς το απομακρυσμένο σημείο. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται πιθανότατα από τον 6ο αι. π.Χ. (Θαλής ο Μιλήσιος), όπου όμως η διόπτρα δεν είχε οριζόντιο δίσκο, παρά μόνο έναν κανόνα σκόπευσης.

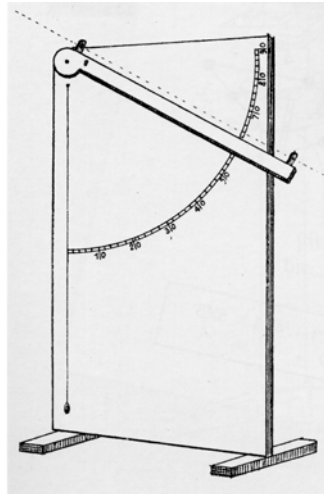
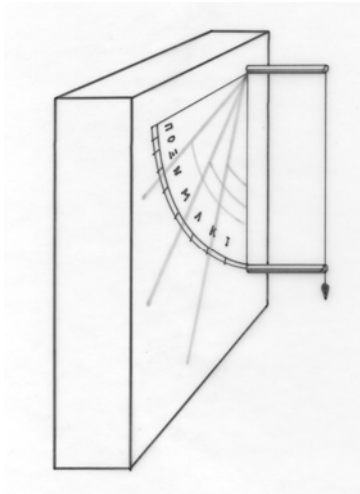


Ο Πτολεμαίος και η Αστρονομία.
Ο Πτολεμαίος παρατηρεί με το τεταρτοκύκλιο το ύψος της σελήνης.
Πρόκειται για μεταγενέστερη μορφή του οργάνου. Στο έδαφος και ο σφαιρικός αστρολάβος.

Τα όργανα του Πτολεμαίου

Στα κείμενα του ο Πτολεμαίος περιγράφει επτά όργανα: τη δίοπτρα (του Ίππαρχου), τον επίπεδο αστρολάβο, τον σφαιρικό αστρολάβο (ή κρικωτή σφαίρα) για τη μέτρηση των θέσεων των αστερών, τον παραλλακτικό κανόνα και τον τετράντα (ή τεταρτοκύκλιο ή πλινθίς) για τη μέτρηση κατακόρυφων γωνιών, τον ισημερινό κύκλο για τον προσδιορισμό του χρόνου των ισημεριών και το μεσημβρινό ή τροπικό κύκλο για τον προσδιορισμό του ύψους του ήλιου κατά τη μεσουράνηση. Από τα όργανα αυτά επινοήθηκαν και κατασκευάστηκαν από τον Πτολεμαίο ο σφαιρικός αστρολάβος και ο παραλλακτικός κανόνας, τα υπόλοιπα χρησιμοποιήθηκαν από τον Ίππαρχο και τους έλληνες αστρονόμους του 3ου π.Χ. αιώνα.

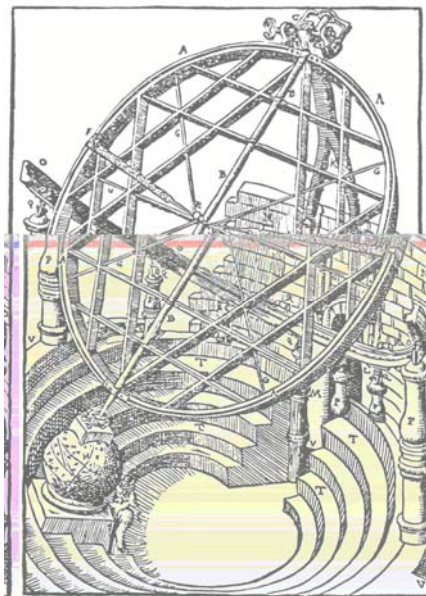
Το πιο διάσημο από τα όργανα αυτά και ίσως το διασημότερο στην ιστορία των οργάνων μέτρησης, είναι ο (επίπεδος) αστρολάβος, ή όπως τον ονομάζει ο Πρόκλος, ο μικρός αστρολάβος. Αν και η αρχή της κατασκευής του ανάγεται στον Ίππαρχο, και πιθανότατα να χρησιμοποιήθηκε από τον Πτολεμαίο, τουλάχιστον σε μια αρχική του μορφή, θα αναφερθούμε αναλυτικότερα στο όργανο αυτό σε επόμενο κεφάλαιο, μια και χαρακτηρίζει τη βυζαντινή εποχή και χρησιμοποιείται από τους Άραβες του 9ου αι., στη μεσαιωνική Ευρώπη, έως και τον 17ο αι.



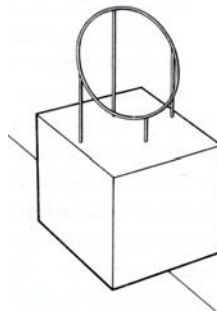
Πάνω: Η πλινθίς (ή τετράντας) του Ίππαρχου. Δεξιά μια παραλλαγή του οργάνου (Λιβιεράτος, 1998) όπου η σκιά του γνώμονα αντικαταστάθηκε με κανόνα σκόπευσης (πιθανώς από τον Πρόκλο).

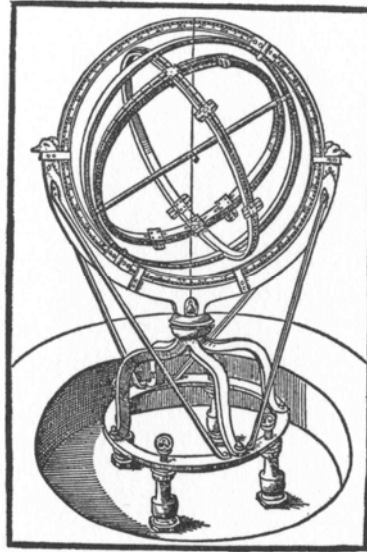
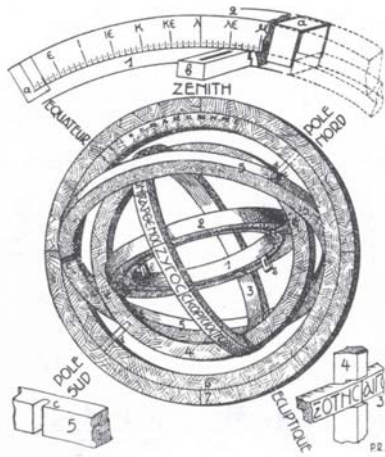
Η πλινθίς του Ίππαρχου

Η πλινθίς αποτελείται από ένα κομμάτι ξύλου ή μαρμάρου, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου. Στη μία πλευρά του χαράσσεται τεταρτοκύκλιο και βαθμονομείται. Στο πάνω και κάτω άκρο του τεταρτοκυκλίου πακτώνονται δύο ξύλινοι πείροι. Ο πάνω πείρος χρησιμοποιείται ως γνώμων, η σκιά του οποίου περιστρέφεται πάνω στο βαθμολογημένο τεταρτοκύκλιο. Το όργανο προσανατολίζεται στη διεύθυνση του βορρά και κατακορυφώνεται με τη βοήθεια νήματος της στάθμης που κρέμεται από τον πάνω πείρο και ακουμπά ελαφρά τον κάτω. Το γεωγραφικό πλάτος προκύπτει ως ο μέσος όρος των ενδείξεων της σκιάς του γνώμονα κατά το θερινό και χειμερινό ηλιοστάσιο (ισημερία). Από την εξέλιξη του οργάνου αυτού προέρχεται το τεταρτοκύκλιο ή τετράντας, ένα από τα κύρια γεωδαιτικά και αστρονομικά όργανα μέχρι τα σύγχρονα σχεδόν χρόνια.



Ο ισημερινός κύκλος του Τύχο Μπράχε, όργανο που εμπνεύστηκε από τον κύκλο του Πτολεμαίου. Ο Τύχο Μπράχε ήταν αυτός που κατασκεύασε και χρησιμοποίησε τα όργανα του Πτολεμαίου, εγκαινιάζοντας την νέα εποχή στην κατασκευή αστρονομικών οργάνων στο τέλος του 16^{ου} αι.

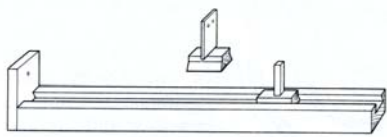




Αριστερά: Σύγχρονη αναπαράσταση του σφαιρικού αστρολάβου σύμφωνα με την περιγραφή του Πτολεμαίου στη Μεγίστη.

Δεξιά: Ανακατασκευή του σφαιρικού αστρολάβου του Πτολεμαίου από τον Tycho Brahe.

Κάτω: Η δίοπτρα του Ίππαρχου και ο μεσημβρινός κύκλος. Από τον μεσημβρινό κύκλο προέκυψε ο μεσημβρινός τετράντας και τα όργανα διέλευσης της νεότερης αστρονομίας.



Η τετραπήχης δίοπτρα του Ίππαρχου

Αστρονομικό όργανο για τη μέτρηση πολύ μικρών γωνιών, ακατάλληλο για τοπογραφικές εφαρμογές, αποτελεί βελτίωση της ράβδου του Αρχιμήδη. Ήταν μία ξύλινη ράβδος μήκους δύο μέτρων περίπου (τεσσάρων πήχεων) με δύο πλακίδια στο πάνω μέρος. Το ακίνητο πλακίδιο, το “προσοφθάλμιο”, είχε μια τρύπα στη μέση για τη σκόπευση. Το κινητό πλακίδιο όταν σκέπαζε τον ήλιο ή τη σελήνη έδειχνε τη φαινόμενη γωνία. Το πλακίδιο αυτό αντικαταστάθηκε αργότερα από ένα μεγαλύτερο, ώστε να περιέχει δύο μικρές τρύπες για τη σκόπευση σημείων της περιφέρειας του ήλιου ή της σελήνης. Χρησιμοποιήθηκε και από τον Πτολεμαίο.

Ο ισημερινός και ο μεσημβρινός κύκλος

Όργανα που αποδίδονται στον Ίππαρχο, είχαν εγκατασταθεί στο Μουσείο της Αλεξάνδρειας. Ο ισημερινός κύκλος, προσανατολισμένος ώστε να είναι παράλληλος με τον ισημερινό, έδειχνε την ώρα της ισημερίας όταν η σκιά του κύκλου περνούσε από τα τέσσερα σημεία στη βάση του. Ο μεσημβρινός κύκλος ήταν ένας κατακόρυφος

βαθμονομημένος μπρούτζινος κρίκος με ένα δεύτερο ομόκεντρο και κινητό στο εσωτερικό του που έφερε δύο αντιδιαμετρικά πλακίδια. Όταν ο ήλιος διέσχιζε το επίπεδο του οργάνου, ο εσωτερικός δίσκος περιστρεφόταν ώστε η σκιά του ενός πλακιδίου να πέσει πάνω στο άλλο. Έτσι προέκυπτε η γωνία ύψους του ήλιου. Αν το όργανο ήταν προσανατολισμένο στο βορρά, από τις παρατηρήσεις του ήλιου κατά το θερινό και χειμερινό ηλιοστάσιο προέκυπτε το πλάτος του τόπου και η λόξωση της εκλειπτικής. Ο Πρόκλος αντικατέστησε τα δύο πλακίδια με σύστημα σκόπευσης.

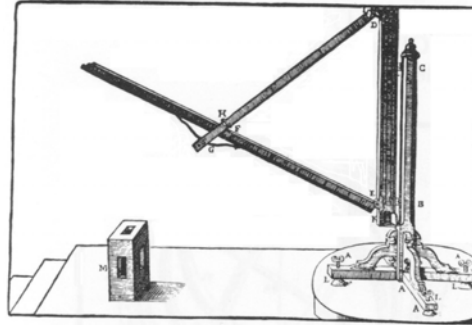
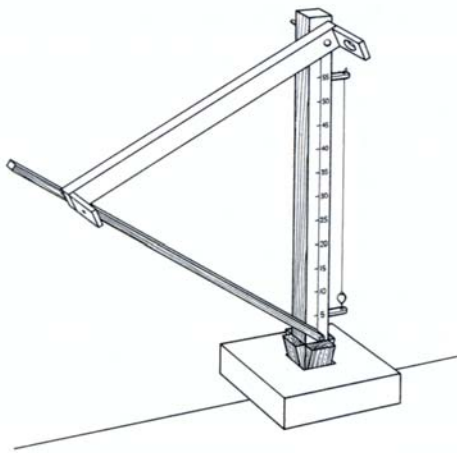
Ο (σφαιρικός) αστρολάβος

Το σημαντικότερο από τα όργανα που χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος, και πιθανώς να χρησιμοποιείται από τα χρόνια του Ίππαρχου, για τη μέτρηση των θέσεων των αστερών είναι ο (σφαιρικός) αστρολάβος ή κρικωτή σφαίρα. Όργανο σύνθετο αποτελούμενο από επτά ομόκεντρος κρίκους, χρησιμοποιήθηκε σε διάφορες παραλλαγές μέχρι τα χρόνια του Tycho Brahe. Οι δύο ακίνητοι κύκλοι ήταν ο κατακόρυφος, που τον τοποθετούσαν στη διεύθυνση του μεσημβρινού του τόπου όπου γινόταν η παρατήρηση, και ο εκλειπτικός, κάθετος και ίσος με τον κατακόρυφο και σταθερά συνδεμένος με αυτόν. Οι κινητοί κύκλοι ήταν και αυτοί δύο και στηρίζονταν στους δύο πόλους του εκλειπτικού, γύρω από τους οποίους περιστρέφονταν: ο εσωτερικός κύκλος, εντός του κατακόρυφου και του εκλειπτικού και ο εξωτερικός που περιελάμβανε τους δύο ακίνητους. Ο εσωτερικός περιελάμβανε και άλλον δακτύλιο, κείμενο στο ίδιο επίπεδο και κινητό γύρω από το κοινό τους κέντρο. Ο δακτύλιος αυτός έφερε δύο αντιδιαμετρικά συστήματα σκόπευσης.

Το σύστημα αυτό ήταν προσαρμοσμένο μέσω δύο σημείων, ώστε να περιστρέφεται γύρω από αυτά, πάνω σε δύο ομόκεντρος και συνεπίπεδους κρίκους προσανατολισμένους στη διεύθυνση του μεσημβρινού. Ο εξωτερικός κύκλος ήταν σταθερός ενώ ο εσωτερικός, κινητός γύρω από κέντρο, έδινε την τιμή του γεωγραφικού πλάτους της σκόπευσης.

Πιο εξελιγμένη έκδοση σφαιρικού αστρολάβου είναι το μετεωροσκόπιο, με εννέα δακτύλιους, που αναφέρει ο Πτολεμαίος στην Γεωγραφική Υφήγησις και το περιγράφει σε χαμένο έργο του. Ο Πτολεμαίος πρόσθεσε άλλους δύο δακτύλιους για να υλοποιήσει το τοπικό οριζόντιο σύστημα.

Το όργανο που χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος για μετρήσεις γωνιών δεν είναι η διόπτρα, αλλά ο σφαιρικός αστρολάβος για τον προσδιορισμό της θέσης των άστρων και το μετεωροσκόπιο για τις μετρήσεις γωνιών και αποστάσεων (σε συνδυασμό με τα στάδια που αντιστοιχούν σε μια μοίρα).



Ο κανών του Πτολεμαίου. Δεξιά το όργανο σε μεταγενέστερη έκδοση από τον Κοπέρνικο και τον Τύχο Μπράχε. Από τον Πτολεμαίο χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση της παραλλακτικής γωνίας της σελήνης, απ' όπου προήλθε και η ονομασία του.

Ο παραλλακτικός κανόνας

Το τριγωνικόν (triqertum) ή παραλλακτικός κανών, ή κανόνας του Πτολεμαίου, είναι όργανο μέτρησης κατακορύφων γωνιών και θεωρείται επινοήση του Πτολεμαίου. Η κατασκευή του περιγράφεται στο κεφάλαιο 12 του V βιβλίου της Μεγάλης Σύνταξης καθώς και στα σχετικά σχόλια του Πάππου του Αλεξανδρέως. Είναι σχεδιασμένο ειδικά, ώστε να ξεπεραστεί το πρόβλημα βαθμονόμησης κυκλικών τόξων. Αποτελείται από δύο ράβδους ίδιου μήκους, δύο μέτρων περίπου (σταθερού μήκους τεσσάρων πήχεων), αρθρωμένες στο ένα τους άκρο. Η μία από τις ράβδους αυτές είναι σταθερή και κατακόρυφη (η κατακορυφότητά της εξασφαλίζεται με το νήμα της στάθμης) και βαθμονομημένη (υποδιαιρείται σε 60 ίσα μέρη). Η άλλη περιστρέφεται γύρω από το σημείο άρθρωσης πάνω στο επίπεδο που σχηματίζουν, φέρει σύστημα σκόπευσης και η ελεύθερη άκρη της ολισθαίνει πάνω σε τρίτη ράβδο. Η τρίτη αυτή ράβδος είναι αρθρωμένη στη βάση της κατακόρυφης και αποτελεί τη βάση του ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται. Η σκόπευση σημειώνεται στην τρίτη ράβδο και η τιμή της (το μήκος της βάσης του ισοσκελούς τριγώνου) λαμβάνεται από την προβολή της πάνω στις υποδιαιρέσεις της κατακόρυφης. Από την επίλυση του ισοσκελούς τριγώνου με τη βοήθεια πινάκων χορδών, υπολογίζεται η κατακόρυφη γωνία σκόπευσης. Ο Άραβας μαθηματικός και αστρονόμος Αλ-Μπατανί βαθμονόμησε την τρίτη ράβδο, ώστε οι αναγνώσεις να παίρνονται απευθείας. Στη μορφή αυτή χρησιμοποιήθηκε από τους μεταγενέστερους αστρονόμους, μέχρι τον Κοπέρνικο και τον Τύχο Μπράχε. Για τη μέτρηση της παραλλακτικής γωνίας της σελήνης το όργανο έπρεπε να προσανατολισθεί στη διεύθυνση βορρά-νότου (του μεσημβρινού).